Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu rația $r=-2$ şi $a_1=19$. Calculați a_7.

5p **2.** Determinați coordonatele punctelor de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4-\frac{4x}{3}$ cu axa Ox şi respectiv cu axa Oy.

5p **3.** Arătați că ecuația $x^2-(2m+1)x+m^2+m=0$ admite două soluții reale distincte, pentru orice $m\in\mathbb{R}$.

5p **4.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1}+2\cdot 3^x=45$.

5p **5.** Se consideră paralelogramul $ABCD$ şi M, N, P, Q mijloacele laturilor (AB), (BC), (CD) respectiv (DA). Demonstrați că $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{CN}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu ipotenuza $BC=20$ şi $\cos B=\frac{3}{5}$. Calculați perimetrul triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se defineşte legea de compoziție $x*y=x+y+1$.

5p **a)** Arătați că $(-5)*5=(-10)*10$.

5p **b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2*x\leq 13$.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x*2^x=21$.

5p **d)** Demonstrați că $(x*y)*z=x*(y*z)$, pentru orice numere reale x,y,z.

5p **e)** Determinați simetricul elementului $x=3$ în raport cu legea de compoziție "$*$", ştiind că elementul neutru este $e=-1$.

5p **f)** Determinați numărul elementelor mulțimii $A=\{n\in\mathbb{N}\mid n*(n+1)\leq 2012\}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&a&a\\a&a&0\\a&0&a\end{pmatrix}$ şi sistemul de ecuații (S) $\begin{cases}ay+az=1\\ax+ay=0\\ax+az=2\end{cases}$, unde a este un număr real nenul.

5p **a)** Calculați determinantul matricei A.

5p **b)** Arătați că matricea B este inversabilă pentru orice $a\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

5p **c)** Pentru $a=1$, arătați că ${}^t(AB)=BA$.

5p **d)** Pentru $a=1$, arătați că tripletul $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ este soluție a sistemului (S).

5p **e)** Rezolvați sistemul (S), pentru $a\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

5p **f)** Determinați numărul real nenul a pentru care soluția (x_0,y_0,z_0) a sistemului (S) verifică relația $x_0+y_0+z_0=\frac{1}{4}$.